

ŠKOLSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
26. siječnja 2024.
5. razred – rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. U akciji skupljanja staroga papira 5. razred je sakupio 178 kg papira, 6. razred je skupio 47 kg više od 5. razreda, 7. razred 36 kg manje od 6. razreda, a 8. razred koliko 5. i 6. razred zajedno. Koliko kilograma papira nedostaje da bi sva četiri razreda zajedno skupila jednu tonu papira?

Rješenje.

5. razred je sakupio 178 kg papira.
6. razred je sakupio $178 + 47 = 225$ kg papira. 1 BOD
7. razred je sakupio $225 - 36 = 189$ kg papira. 1 BOD
8. razred je sakupio $178 + 225 = 403$ kg papira. 1 BOD

Sva četiri razreda zajedno skupili su $178 + 225 + 189 + 403 = 995$ kg papira. 1 BOD

$1 \text{ tona} = 1000 \text{ kg}$ 1 BOD
Da bi sva četiri razreda zajedno skupila jednu tonu nedostaje $1000 - 995 = 5$ kg papira. 1 BOD
..... UKUPNO 6 BODOVA

2. Marko je troznamenkasti prirodni broj zaokružio na najbližu deseticu i dobio broj 950. Petar je troznamenkasti prirodni broj zaokružio na najbližu stoticu i dobio broj 800. Koliko iznosi najveća, a koliko najmanja moguća razlika između Markova i Petrova broja?

Prvo rješenje.

Najmanji broj koji zaokružen na najbližu deseticu iznosi 950 jest broj 945. 1 BOD
Najveći broj koji zaokružen na najbližu deseticu iznosi 950 jest broj 954. 1 BOD

Najmanji broj koji zaokružen na najbližu stoticu iznosi 800 jest broj 750. 1 BOD
Najveći broj koji zaokružen na najbližu stoticu iznosi 800 jest broj 849. 1 BOD

Najveća moguća razlika između Markova i Petrova broja iznosi $954 - 750 = 204$. 1 BOD
Najmanja moguća razlika između Markova i Petrova broja iznosi $945 - 849 = 96$. 1 BOD
..... UKUPNO 6 BODOVA

Drugo rješenje.

Troznamenkasti broj koji kod zaokruživanja na najbližu deseticu iznosi 950 Marko je mogao odabratiz skupa {945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954}. 1 BOD

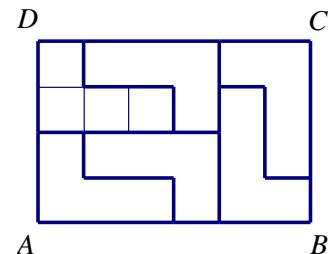
Troznamenkasti broj koji kod zaokruživanja na najbližu stoticu iznosi 800 Petar je mogao odabratiz skupa {750, 751, 752, ..., 847, 848, 849}. 1 BOD

Kako bi razlika brojeva bila najveća, Marko je trebao odabrat 954, a Petar 750. Najveća moguća razlika je $954 - 750 = 204$. 2 BODA

Kako bi razlika brojeva bila najmanja, Marko je trebao odabrat 945, a Petar 849. Najmanja moguća razlika je $945 - 849 = 96$. 2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

3. Pravokutnik $ABCD$ sastoji se od 6 oblika sličnih slovu „L“, a svako slovo „L“ sastoji se od 4 jednakva kvadrata. Ako zbroj opsega svih slova „L“ iznosi 1200 mm, koliki je opseg pravokutnika $ABCD$?



Rješenje.

Opseg jednog slova „L“ iznosi $1200 : 6 = 200$ mm. 1 BOD

Neka je a duljina stranice kvadrata od kojih se sastoji slovo „L“.

Opseg slova „L“ iznosi $10a$. 1 BOD

Vrijedi $10a = 200$,
odnosno $a = 20$ mm 1 BOD

Duljine stranica pravokutnika su:

$6a = 6 \cdot 20 = 120$ mm 1 BOD

$4a = 4 \cdot 20 = 80$ mm 1 BOD

Opseg pravokutnika $ABCD$ iznosi $2 \cdot 120 + 2 \cdot 80 = 400$ mm. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

4. Četiri slona i osam zebri dnevno pojedu tonu hrane. Slon dnevno pojede 214 kg hrane više od zebre. Ako zebra treba 24 minute da pojede 1 kg hrane, koliko joj vremena treba da pojede svoju dnevnu količinu hrane? Dobiveno vrijeme izrazi u satima i minutama.

Rješenje.

Slon dnevno pojede 214 kg hrane više od zebre.

Budući da je $214 \cdot 4 = 856$, četiri slona dnevno pojedu koliko pojedu četiri zebre i još 856 kg. 1 BOD

Količina koju pojede dvanaest zebri i još 856 kg ukupno iznosi jednu tonu. 1 BOD

Budući da je $1000 - 856 = 144$, dvanaest zebri pojede 144 kg hrane. 1 BOD

Zebra dnevno pojede $144 : 12 = 12$ kg hrane. 1 BOD

Zebra dnevno jede $12 \cdot 24 = 288$ minuta,
odnosno 4 sata i 48 minuta. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

5. Ako je $((x + 23): 7 - 17) \cdot 13 = 429$, koliko iznosi $6x + 62$?

Rješenje.

$$((x + 23): 7 - 17) \cdot 13 = 429$$

$$(x + 23): 7 - 17 = 429: 13$$

$$(x + 23): 7 - 17 = 33$$

1 BOD

$$(x + 23): 7 = 33 + 17$$

$$(x + 23): 7 = 50$$

1 BOD

$$x + 23 = 50 \cdot 7$$

$$x + 23 = 350$$

1 BOD

$$x = 350 - 23$$

$$x = 327$$

1 BOD

$$6x + 62 = 6 \cdot 327 + 62 = 1962 + 62 =$$

1 BOD

$$2024$$

1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

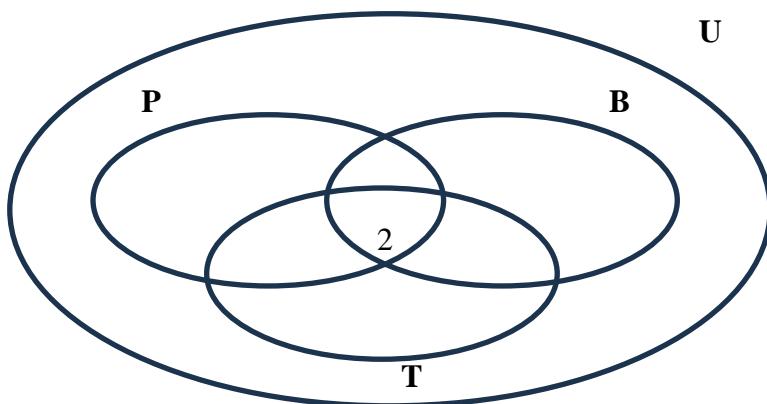
6. U jednom razredu plivanjem se bavi 5 učenika, biciklizmom 12 učenika, a trčanjem 9 učenika, pri čemu se neki učenici bave s više aktivnosti, a neki ni sa jednom. Šest učenika se bavi biciklizmom i trčanjem, a četiri učenika biciklizmom i plivanjem. Dva se učenika bave sa sve tri aktivnosti, a nema učenika koji se bave samo plivanjem i trčanjem. Dva se učenika ne bave nijednom od te tri aktivnosti. Odredi:

- Koliko se učenika bavi barem jednom aktivnošću?
- Koliko se učenika bavi samo trčanjem?
- Koliko se učenika bavi plivanjem i biciklizmom, a ne trči?
- Koliko je ukupno učenika u tom razredu?

Rješenje.

Zadatak možemo riješiti Vennovim dijagramom. Neka je U skup svih učenika u tom razredu, B skup svih učenika koji se bave biciklizmom, P skup svih učenika koji se bave plivanjem i T skup svih učenika koji se bave trčanjem.

U presjeku skupova B, P i T su 2 učenika koji su odabrali sve tri vrste aktivnosti.

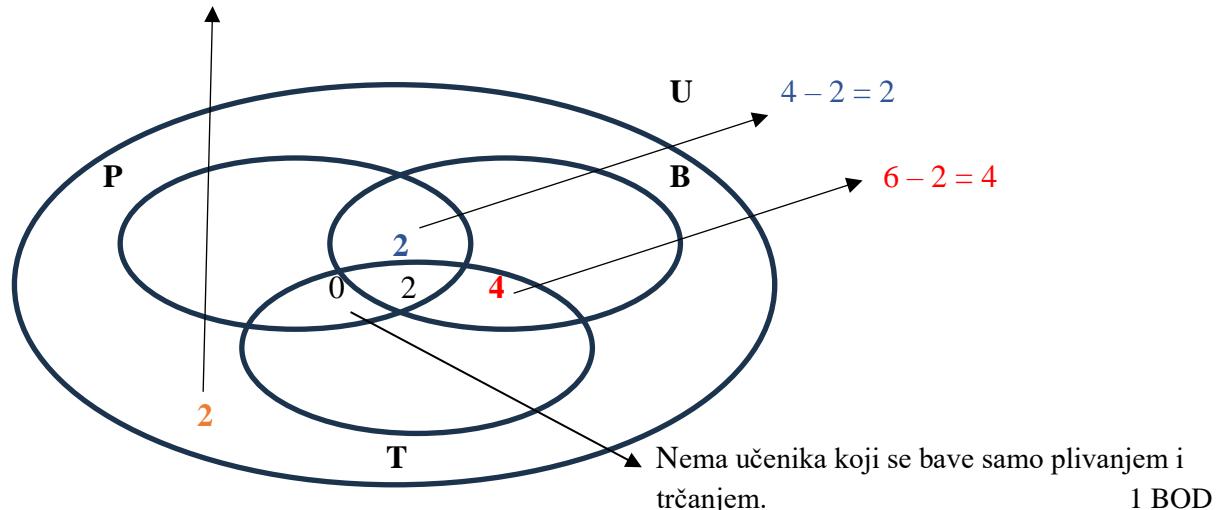


1 BOD

Šest se učenika bavi biciklizmom i trčanjem, a kako se dva učenika bave sa sve tri vrste aktivnosti samo biciklizmom i trčanjem se bavi $6 - 2 = 4$ učenika. 1 BOD

Plivanjem i biciklizmom se bave četiri učenika, a kako se dva učenika bave sa sve tri vrste aktivnosti samo plivanje i biciklizmom bave se $4 - 2 = 2$ učenika. 1 BOD

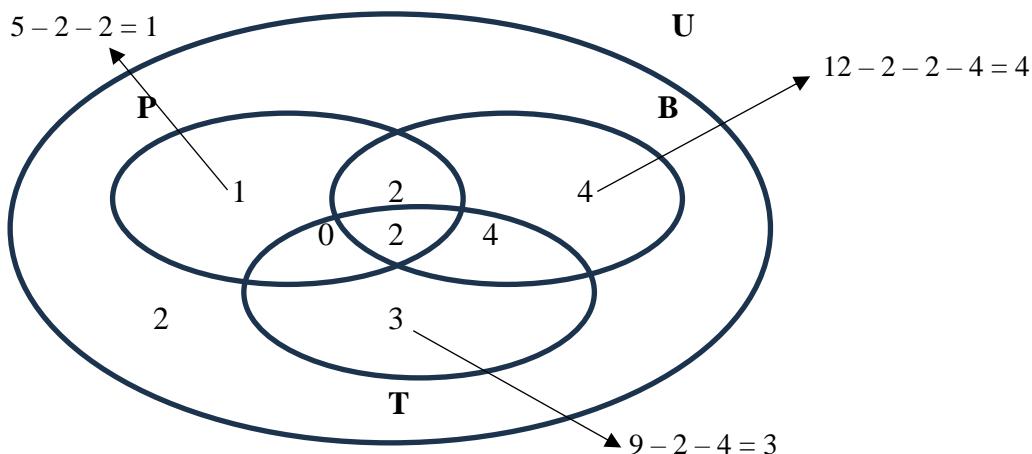
Dva se učenika ne bave nijednom od te tri aktivnosti. 1 BOD



Samo plivanjem se bavi $5 - 2 - 2 = 1$ učenik. 1 BOD

Samo biciklizmom se bave $12 - 2 - 2 - 4 = 4$ učenika. 1 BOD

Samo trčanjem se bave $9 - 2 - 4 = 3$ učenika. 1 BOD



Barem jednom aktivnošću se bavi $1 + 2 + 2 + 4 + 4 + 3 = 16$ učenika. Samo trčanjem se bave tri učenika. Dvoje se učenika bavi plivanjem i biciklizmom, a ne trči. U tom razredu je $1 + 2 + 2 + 4 + 4 + 3 + 2 = 18$ učenika. 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

Napomena: Dva točna odgovora bez obrazloženja se boduju jednim bodom.

7. Sanja ima osam štapića duljina 1 cm, 2 cm, ... , 8 cm i zabavlja se sastavljući od njih stranice jednakostraničnog trokuta. Pri sastavljanju štapiće spaja u njihovim krajnjim točkama, bez svijanja i lomljena. Na primjer, od štapića duljina 1 cm i 5 cm sastavila je jednu stranicu, od štapića duljina 2 cm i 4 cm drugu stranicu, a za treću stranicu je iskoristila štapić duljine 6 cm. Na koje je sve načine Sanja mogla sastaviti stranice trokuta? Poredak stranica ili poredak štapića na pojedinoj stranici nije bitan.

Rješenje.

Duljina stranice ne može biti 3 jer je $3 = 2 + 1$ i nedostaju štapići za treću stranicu.

Duljina stranice ne može biti 4 jer je $4 = 3 + 1 = 2 + 2$, a nemamo na raspolaganju dva štapića duljine 2. Znači, duljina stranice ne može biti manja od 5. 1 BOD

Promatramo mogućnosti s obzirom na duljinu stranice:

Duljina stranice	Odabir štapića	Broj mogućnosti	Broj bodova
5	$5 = 4 + 1 = 3 + 2$	1	1 BOD
6	$6 = 5 + 1 = 4 + 2$	1	ne boduje se jer je primjer
7	$7 = 6 + 1 = 5 + 2$ $7 = 6 + 1 = 4 + 3$ $7 = 5 + 2 = 4 + 3$ $6 + 1 = 5 + 2 = 4 + 3$	4	1 BOD
8	$8 = 7 + 1 = 6 + 2$ $8 = 7 + 1 = 5 + 3$ $8 = 6 + 2 = 5 + 3$ $7 + 1 = 6 + 2 = 5 + 3$ $8 = 6 + 2 = 1 + 3 + 4$	5	1 BOD
9	$8 + 1 = 7 + 2 = 6 + 3$ $8 + 1 = 7 + 2 = 5 + 4$ $8 + 1 = 6 + 3 = 5 + 4$ $7 + 2 = 6 + 3 = 5 + 4$	4	1 BOD
10	$8 + 2 = 7 + 3 = 6 + 4$ $8 + 2 = 7 + 3 = 1 + 4 + 5$	2	1 BOD
11	$8 + 3 = 7 + 4 = 6 + 5$ $7 + 4 = 6 + 5 = 1 + 2 + 8$	2	1 BOD
12	$8 + 4 = 7 + 5 = 1 + 2 + 3 + 6$ $8 + 4 = 7 + 2 + 3 = 1 + 5 + 6$ $8 + 1 + 3 = 7 + 5 = 2 + 4 + 6$	3	za 1 ili 2 rješenja 1 BOD za sva 3 rješenja 2 BODA

Ako je duljina stranice 13, opseg trokuta iznosi 39. Kako je zbroj duljina svih štapića 36, zaključujemo da je najveća moguća duljina stranice 12. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA