

## ŠKOLSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

26. siječnja 2024.

4. razred – rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Izračunaj:  $1325 : 5 + 15 : 5 - (99 - 9 : 9) \cdot 2 - 35 - 30$ .

### Rješenje.

$$1325 : 5 + 15 : 5 - (99 - 9 : 9) \cdot 2 - 35 - 30$$

$$= 265 + 3 - (99 - 9 : 9) \cdot 2 - 35 - 30 \quad 1 \text{ BOD}$$

$$= 265 + 3 - (99 - 1) \cdot 2 - 35 - 30 \quad 1 \text{ BOD}$$

$$= 268 - 98 \cdot 2 - 35 - 30 \quad 1 \text{ BOD}$$

$$= 268 - 196 - 35 - 30 \quad 1 \text{ BOD}$$

$$= 72 - 35 - 30 \quad 1 \text{ BOD}$$

$$= 37 - 30 \quad 1 \text{ BOD}$$

..... **UKUPNO 6 BODOVA**

**Napomena:** Ako učenik pogrešno prepiše neki dio zadatka ili napravi neku pogrešku u računu, za taj dio se oduzmu odgovarajući bodovi, a dalje se boduje principom „slijedi grešku“.

2. Petra ima crne pločice trokutastog oblika od kojih je složila četiri lika kao na slici. Ako nastavi slagati likove prema istom pravilu, koliko će crnih pločica 15. lik u nizu imati više od 10. lika u nizu?



### Prvo rješenje.

Uočimo da 2. lik ima dvije pločice više od 1. lika, 3. lik ima tri pločice više od 2. lika, 4. lik ima četiri pločice više od 3. lika i tako redom dalje do 15. lika koji ima petnaest pločica više od 14. lika.

3 BODA

Zato vrijedi:

15. lik ima  $(15 + 14 + 13 + 12 + 11)$  pločica više od 10. lika, tj. 2 BODA

15. lik ima 65 pločica više od 10. lika. 1 BOD  
..... **UKUPNO 6 BODOVA**

**Drugo rješenje.**

Uočimo da je:

broj crnih pločica 1. lika 1

broj crnih pločica 2. lika  $1 + 2$

broj crnih pločica 3. lika  $1 + 2 + 3$

broj crnih pločica 4. lika  $1 + 2 + 3 + 4$  i tako redom dalje

do 15. lika koji ima  $1 + 2 + 3 + \dots + 15$  crnih pločica. 3 BODA

Odredimo broj crnih pločica 15. i 10. lika.

Broj crnih pločica 15. lika je  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 15 = 15 \cdot 16 : 2 = 120$ , a 1 BOD

broj crnih pločica 10. lika je  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10 = 10 \cdot 11 : 2 = 55$ . 1 BOD

15. lik ima  $120 - 55 = 65$  crnih pločica više nego 10. lik. 1 BOD

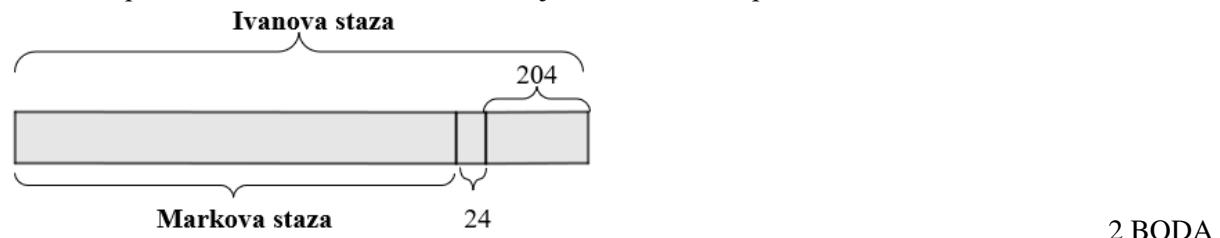
..... UKUPNO 6 BODOVA

**Napomena:** Za izračunavanje zbroja prvih 15 odnosno prvih 10 prirodnih brojeva učenik ne mora koristiti Gaussovnu dosjetku.

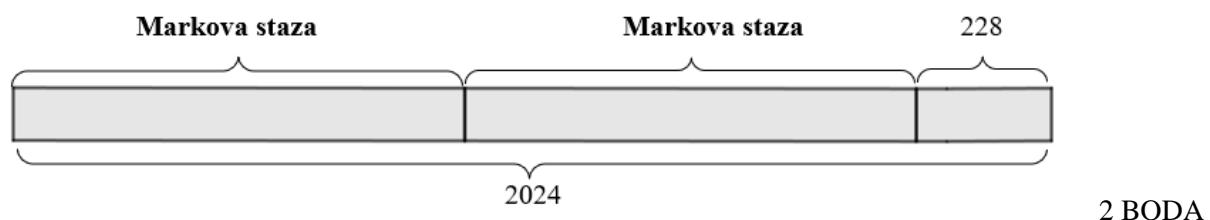
3. Treneri Ivan i Marko organiziraju potragu za blagom kroz dvije šumske staze. Katja je prošla obje staze, Ivanovu i Markovu, te napravila ukupno 2024 koraka iste duljine. Da je na Ivanovoj stazi napravila 204 koraka manje, a na Markovoj stazi 24 koraka više, onda bi na te dvije staze napravila isti broj koraka. Koliko je koraka Katja napravila na Ivanovoj, a koliko na Markovoj stazi?

**Prvo rješenje.**

Prikažimo crtežom odnos Markove i Ivanove staze. Kad Ivanovu stazu umanjimo za 204 koraka, a Markovu povećamo za 24, dobivamo istu duljinu, što možemo prikazati ovako:



Budući da su Markova i Ivanova staza zajedno duge kao 2024 Katjina koraka, a vidimo na prethodnoj slici da se razlikuju za 228 koraka, onda to možemo prikazati na sljedeći način:



Katja je na Markovoj stazi napravila  $(2024 - 228) : 2 = 898$  koraka. 1 BOD

Na Ivanovoj stazi je napravila  $898 + 228 = 1126$  koraka. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

**Drugo rješenje.**

Na obje je staze napravila ukupno 2024 koraka.

Da je na Ivanovoj stazi napravila 204 koraka manje, a na Markovoj 24 koraka više, Katja bi na obje staze napravila ukupno  $204 + 24 = 1844$  koraka. 2 BODA

Tada bi na te dvije staze napravila isti broj koraka i to  $1844 : 2 = 922$  koraka. 2 BODA

To znači da je Katja na Ivanovoj stazi napravila  $922 + 204 = 1126$  koraka, a 1 BOD

na Markovoj stazi  $922 - 24 = 898$  koraka. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

4. Andrija tijekom svibnja, lipnja, srpnja i kolovoza (ukupno 123 dana) svojim susjedima zalijeva cvijeće i kosi travu. Travu je potrebno kosit svaki šesti dan, a cvijeće zalijevati svaki treći dan. Za svaku košnju trave dobije 2 eura i 40 centi, a za svako zalijevanje cvijeća 75 centi. Trećinu svoje ukupne zarade u ta četiri mjeseca Andrija planira donirati u humanitarne svrhe. Koliko će novca donirati ako 1. svibnja bude kosio travu i zalijevao cvijeće?

**Prvo rješenje.**

Kako je  $123 : 6 = 20$  i ostatak 3, a  $123 : 3 = 41$ , zaključujemo da je Andrija svojim susjedima 20 puta kosio travu i 41 puta zaliò cvijeće. 1 BOD

Za svaku košnju trave dobije 2 eura i 40 centi pa je za 20 košnji trave zaradio:

$20 \cdot 2$  eura = 40 eura

$20 \cdot 40$  centi = 800 centi 1 BOD

40 eura i 800 centi = 48 eura 1 BOD

Za svako zalijevanje cvijeća dobije 75 centi pa je za 41 zalijevanje zaradio

$41 \cdot 75$  centi = 3075 centi = 30 eura i 75 centi. 1 BOD

Ukupno je zaradio 78 eura i 75 centi. 1 BOD

Kako planira donirati trećinu zarade, a  $78 : 3 = 26$  i  $75 : 3 = 25$ ,  
donirat će 26 eura i 25 centi. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

**Napomena:** Učenici mogu sve iznose pretvoriti u cente i izračunati da za jednu košnju trave Andrija zaradi 2 eura i 40 centi što je 240 centi pa za dvadeset košnji zaradi 4800 centi.

Za četrdeset i jedno zalijevanja cvijeća zaradi 3075 centi pa mu je ukupna zarada 7875 centi.

$7875 : 3 = 2625$  centi što je 26 eura i 25 centi i taj iznos će Andrija donirati.

**Drugo rješenje.**

Za svaku košnju trave zaradi 2 eura i 40 centi, tj. 240 centi.

Od zarade za svaku košnju donirat će  $240 : 3 = 80$  centi.

1 BOD

Za svako zalijevanje cvijeća zaradi 75 centi.

Od zarade za svako zalijevanje donirat će  $75 : 3 = 25$  centi.

1 BOD

Kako je  $123 : 6 = 20$  i ostatak 3, a  $123 : 3 = 41$ , u ta 123 dana Andrija je svojim susjedima 20 puta kosio travu i 41 puta zaličio cvijeće.

1 BOD

Od zarade za košnju trave ukupno će donirati  $20 \cdot 80$  centi = 1600 centi.

1 BOD

Od zarade za zalijevanje cvijeća ukupno će donirati  $41 \cdot 25$  centi = 1025 centi.

1 BOD

Andrija će donirati  $1600 + 1025 = 2625$  centi, odnosno 26 eura i 25 centi.

1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

**Napomena:** Rješenje zapisano u eurima i centima ili samo u centima treba jednako bodovati.

5. Na slici je prikazana tablica. U nekim poljima tablice su ucrtani simboli. Isti simbol na svakom mjestu u tablici predstavlja istu vrijednost, a uz svaki redak i stupac naveden je zbroj vrijednosti svih simbola u tom retku, odnosno stupcu. Odredi vrijednost svakog simbola iz tablice.

▲	■		●	14
■	♥	■		16
♥	▲	●	▲	23
●	■	●	▲	15

20    24    7    17

**Rješenje.**

Prvi redak i prvi stupac se razlikuju po tome što je u prvom stupcu srce, dok je u prvom retku praznina. Stoga je vrijednost srca jednaka  $20 - 14 = 6$ .

3 BODA

Kako je vrijednost srca 6, iz drugog retka uočavamo da je vrijednost dvaju kvadrata 10, odnosno vrijednost kvadrata je 5.

1 BOD

Kako je vrijednost kvadrata 5, iz trećeg stupca uočavamo da dva kruga vrijede 2 pa je vrijednost kruga 1.

1 BOD

Kako je vrijednost kruga 1, iz četvrtog stupca uočavamo da dva trokuta vrijede 16 pa je vrijednost trokuta 8.

1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

**Napomena:** Za svaki drugačiji redoslijed rješavanja bodovanje je analogno. Na primjer, učenici mogu krenuti od drugog retka i drugog stupca te najprije odrediti vrijednost trokuta. Za taj korak se dobije 3 BODA samo ako učenik ukaže na redak i stupac pomoću kojih je odredio vrijednost simbola. Ukoliko učenik odredi vrijednost samo jednog od simbola, a ne zapiše obrazloženje, dobije 1 BOD. Za određivanje svakog sljedećeg simbola dobije po 1 BOD.

6. Koristeći točno jednom svaku od znamenaka 1, 2, 3, 4, 5 i 6, Ivan treba napisati dva broja čiji je zbroj 750. Koliko ima različitih mogućnosti? Odredi onu mogućnost za koju je razlika tih dvaju napisanih brojeva najveća moguća.

**Rješenje.**

Ako bi jedan od brojeva bio dvoznamenkast (ili jednoznamenkast), onda bi drugi bio četveroznamenkast (ili peteroznamenkast), pa bi zbroj bio veći od 750. Zato oba broja moraju biti troznamenkasta.  
1 BOD

Njihov će zbroj završiti s nulom samo ako su znamenke na mjestu jedinica 4 i 6. 2 BODA

Od preostalih znamenaka, zbroj 7 na mjestu stotica moguće je dobiti samo znamenkama 5 i 2.

2 BODA

Uočimo da za mjesta desetica preostaju znamenke 1 i 3, a budući da je zbroj znamenaka jedinica 10, zbroj desetica je zaista 5. Traženi parovi brojeva su:

Veći broj	536	534	516	514
Manji broj	214	216	234	236

Ima ukupno četiri mogućnosti. 2 BODA

Najveća razlika se postiže kad je umanjenik najveći mogući i umanjitelj najmanji mogući tj. za brojeve 536 i 214.  
3 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

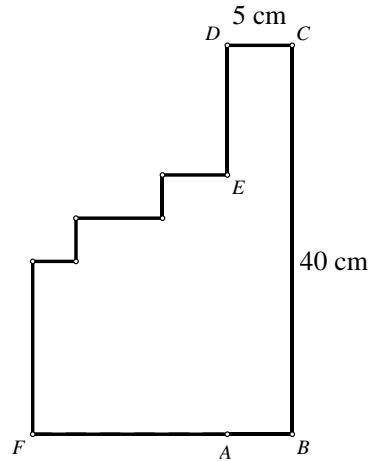
**Napomena:** Za odgovor na prvo pitanje, nije potrebno ispisati sve mogućnosti već je moguće argumentirati da veći broj ima znamenknu stotica 5, dok znamenknu desetica i jedinica možemo izabrati svaku na dva načina, pa ukupno ima četiri mogućnosti.

Ukoliko učenik zaključi da ima osam mogućnosti jer interpretira da je važno koji je broj prvi zapisan, a koji drugi, treba dobiti također 2 BODA za odgovor na prvo pitanje.

Ukoliko učenik ne navede argument da tražimo najveći mogući umanjenik i najmanji mogući umanjitelj, za posljednja 3 BODA treba izračunati razlike  $536 - 214 = 322$ ,  $534 - 216 = 318$ ,  $516 - 234 = 282$  i  $514 - 236 = 278$  i navesti najveću tj. 322. Odgovor bez argumentacije nosi 1 BOD.

7. Ana je počela crtati pravokutnik  $ABCD$  počevši od točke  $A$ . Nacrtala je dužine  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  i  $\overline{CD}$ . Crtajući dužinu  $\overline{DA}$  došla je do točke  $E$  i umjesto dužine  $\overline{EA}$  nacrtala je sedam dužina u nizu i tako je došla do točke  $A$ , kao što je prikazano na njenom crtežu. Svaka dužina koju je nacrtala okomita je na prethodno nacrtanu dužinu.

Na slici je označila duljine dviju dužina,  $|BC| = 40 \text{ cm}$  i  $|CD| = 5 \text{ cm}$ . Kolika je duljina posljednje nacrtane dužine  $\overline{FA}$  ako je opseg nacrtanog lika  $140 \text{ cm}$ ?



**Rješenje.**

Označimo s  $a$  duljinu posljednje nacrtane dužine,  $\overline{FA}$ .

Četverokut  $ABCD$  je pravokutnik, pa je  $|AB| = 5 \text{ cm}$ .

1 BOD

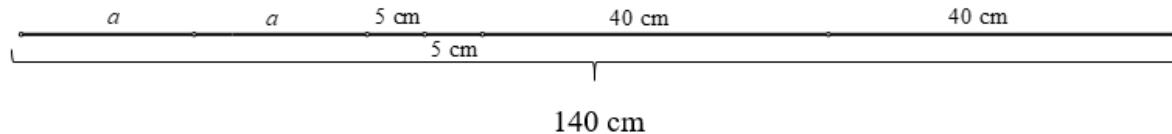
Uočimo da je ukupna duljina sve četiri dužine koje je Ana nacrtala usporedno s dužinom  $\overline{BC}$  jednaka  $40 \text{ cm}$ .

2 BODA

Isto tako, zbroj duljina triju dužina koje je nacrtala nakon točke  $E$ , a usporedne su s dužinom  $\overline{FA}$  jednako je duljini dužine  $\overline{FA}$ , što je jednako  $a$ .

3 BODA

Opseg nacrtanog lika je  $140 \text{ cm}$  i jednak je duljini ruba tog lika, tj. zbroju duljina svih dužina koje je nacrtala.



Iz toga slijedi da su dvije duljine  $a$  jednake  $140 - 5 - 5 - 40 - 40 = 50 \text{ cm}$ .

3 BODA

Dakle, duljina  $a$  tražene dužine je jednaka  $50 : 2 = 25 \text{ cm}$ .

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

**Napomena:** Umjesto argumentacije o dužinama koje su usporedne sa stranicama pravokutnika  $ABCD$ , može se nacrtati i sljedeća slika te naglasiti da su dobiveni dočrtani likovi pravokutnici, što se boduje s 5 bodova. Na osnovu te slike se zapisuje izraz za opseg lika koji je Ana nacrtala.

